

# 多重出力可能な MIN の耐故障性に関する研究\*

舟橋 啓 埜 敏博 天野 英晴†

慶應義塾大学理工学部‡

## 1 はじめに

SSS(Simple Serial Synchronized) 型 MIN に適した高スループットのネットワークとして Banyan 網を縦列接続する TBSF(Tandem Banyan Switching Fabrics), 三次元的に接続する PBSF (Piled Banyan Switching Fabrics) が提案されている。このような多重出力可能な MIN は、同一宛先に対して複数のパケットの通過を可能にすることにより、高いスループットを実現する多段結合網である。ネットワークシステムでは高い信頼性を保障することは重要である。そこで MIN の fault tolerance(耐故障性)が挙げられる。fault tolerant MIN はたとえその中の要素が故障していてもサービスを供給し続ける MIN である。TBSF は縦列接続されているのでミスルートされたパケットが次の Banyan 網で正しくルーティングされる可能性がある。本論文では、TBSF の耐故障性についての解析を確率モデルとシミュレーションによって行う。

## 2 TBSF における耐故障性の解析

SSS 型 MIN は以下の特徴を持つ。

1. バッファは持たない
2. パケットは全て同期して入力される
3. 目的のアドレスに到着しなかったパケットはそのまま捨てられる
4. 各スイッチングエレメントは 2 入力 2 出力を持つ

さらに解析のために本論文では次のことを仮定する。

1. 各入力へのパケットの入力確率は均一
2. パケットの行き先のアドレスは等確率に分散
3. スイッチの故障はスイッチが halt することだけ考える

### 2.1 故障が無い Banyan 網

まず、Banyan 網に故障が存在しないときについて考える。トラフィックが均等であり、各エレメントの入力にパケットが入力される確率を  $r$  とすると、パケットが両方の入力から到着し同じ出力に向かう時に衝突が起こるのでパケットの衝突確率は  $0.25r^2$  となる [2]。SSS 型 MIN では衝突によって正しくない出力へ送られたパケットはデッドパケットとなり、他のパケットを妨害しない、すなわちパケットは消滅したものと見なされる。 $i$  番目のステージのスイッチングエレメントにパケットが入力される確率を  $r_i$  とすると次のステージ  $i+1$  での入力確率  $r_{i+1}$  は以下ようになる。

$$\begin{aligned} r_{i+1} &= r_i - 0.25r_i^2 \\ &= r_i(1 - 0.25r_i) = r_i f(i) \end{aligned} \quad (1)$$

よって Banyan 網 1 段において最終的にパケットが出力される確率は全ステージ数を  $n$  とすると

$$r_n = r_0 f^n(0) \quad (2)$$

となる。ここで  $r_0$  は Banyan 網の各入力にパケットが入力される確率 (負荷率) である。次にこの時の通過率  $p_n$  は

$$p_n = r_n / r_0 = f^n(0) \quad (3)$$

となる。

TBSF では正しくルーティングされたパケットはメモリモジュールに送られ、次の Banyan 網ではそのパケットが取り除かれる。したがって  $k$  番目の Banyan 網の各入力にパケットが入力される確率を  $B_k$ 、通過率を  $P_k$  とすると次の式が成立する。

$$B_k = B_{k-1} - B_{k-1} f^n(B_{k-1}) \quad (4)$$

$$P_k = B_k / B_0 \quad (5)$$

以上より故障の無い TBSF の通過率  $P_{TBSF}$  は以下のようになる [1]。

$$P_{TBSF} = \left( \sum_{k=1}^l B_k \right) / B_0 \quad (6)$$

### 2.2 故障が存在する Banyan 網

つぎに Banyan 網に故障が存在した時について考える。ここでは故障は 1 番目の Banyan 網にしか存在しないとする。

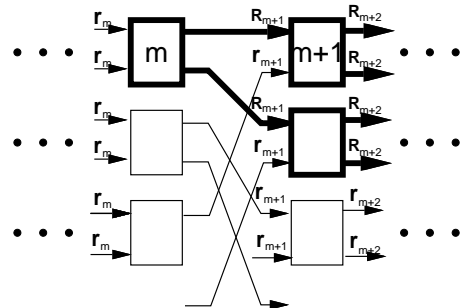


図 1:  $r_i, R_i$  について

図 1 に示すように、 $i-1$  ステージで故障したスイッチを使用しなかったパケットがつぎの  $i$  ステージに入力される確率  $r_i$  は式 1 で表され、故障したスイッチを通過したパケットの確率  $R_i$  は以下の式のようになる。

$$R_i = \frac{r_{i-1} F(i-1) + R_{i-1} f(i-1)}{2} \quad (7)$$

$$F(i) = 1 - 0.25R_i$$

ただし、 $R_{m+1} = r_i$  である。

見かけのパケットの通る確率は  $m$  ステージまでは  $r_i$  と等しいが、故障したスイッチが存在するステージ  $m$  のつぎのステージになると故障したスイッチの影響を受けたパケットが存在するため異なる。よって式 (1), 式 (7) を用いると

$$m+1 \text{ stage: } \frac{2^n - 2^0}{2^n} r_{m+1} + \frac{2^0}{2^n} R_{m+1}$$

$$m+2 \text{ stage: } \frac{2^n - 2^1}{2^n} r_{m+2} + \frac{2^1}{2^n} R_{m+2}$$

⋮

\* Fault tolerance of the MIN with multiple outputs

† Akira Funahashi Toshihiro Hanawa Hideharu Amano

‡ Keio University

よって出力 ( $n+1$  ステージ) での見かけの通過した確率  $R_A$  は次式になる。

$$R_A = \frac{2^n - 2^{n-m}}{2^n} r_{n+1} + \frac{2^{n-m}}{2^n} R_{n+1} \quad (8)$$

次に間違えて routing されて通過した確率  $R_M$  を求める。これも先程と同様に式 (1), 式 (7) を用いて表せる。

$$R_M = \frac{2^{n-m}}{2^{n+1}} R_{m+1} f(m+1) f(m+2) \cdots f(n-1) f(n) \quad (9)$$

式 (8), 式 (9) より,  $m$  ステージが故障しているときのパケットが通る確率  $R_F$  は  $R_F = R_A - R_M$  より,

$$R_F = \frac{2^n - 2^{n-m}}{2^n} r_{n+1} + \frac{2^{n-m}}{2^n} R_{n+1} - \frac{2^{n-m}}{2^{n+1}} R_{m+1} f(m+1) f(m+2) \cdots f(n-1) f(n) \quad (10)$$

となる。

### 3 シミュレーションと評価

前章では TBSF の耐故障性の解析モデルについて検討した。本章ではシミュレーションを用いて通過率を測定し、解析モデルの正当性と通過率について評価を行う。

#### 3.1 シミュレーション

シミュレーションは1つのネットワークに対して 100,000 回行った。ネットワークサイズは 16x16 から 128x128 まで変化させてシミュレーションを行った。

図 (2)~(4) から、解析結果とシミュレーションの結果との差は高々数%程度であり、解析のためのモデル化が正しいことが分かる。

#### 3.2 評価

図 (2) より 0 ステージのスイッチが故障しているときの通過率は故障が無いときに比べ数%低くなっていることがわかる。次に図 (3) では図 (2) と同じくネットワークサイズを 64x64 に固定し、Banyan 網の段数を变化させたものである。この図より Banyan 網の段数  $K$  を増加させると負荷率が 1.0 のときは 35% 前後の通過率が 3 段通過した後は 90% 近くになることが分かった。次に図 (4) では負荷率を 1.0 に固定してネットワークステージ数が変化したときの通過率を示している。この図からも先程の図 (3) で示したことが確認できる。さらにネットワークサイズが増加すると通過率が 40 数%から 30 数%に減少することが分かった。

### 4 まとめ

MIN の耐故障性は重要な要素であるが多重出力可能な TBSF を用いると負荷率 1.0 というような状態でも Banyan 網の段数を 2 段、3 段にすると通過率は 40% 前後だったものが 80% 以上になる。又、ネットワークサイズの増大による通過率の減少は 10% 未満で TBSF により回復が可能である。以上により TBSF の耐故障性は非常に優れているといえる。

### 参考文献

- [1] 嶋, 天野, “多重出力可能な MIN の性能評価” 信学技法 CPSY93-19, Aug. 1993
- [2] Chuan-lin Wu, Manjai Lee, “Performance Analysis of Multistage Interconnection Network Configurations and Operations”, IEEE Trans. on Comput., 41, 1, pp. 18-27, Jan. 1992

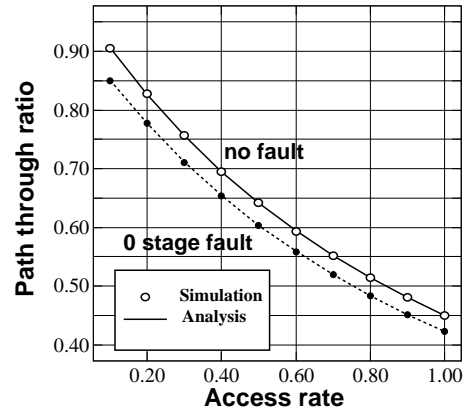


図 2: 負荷率と通過率の関係 (64 入力, Banyan 網 1 段)

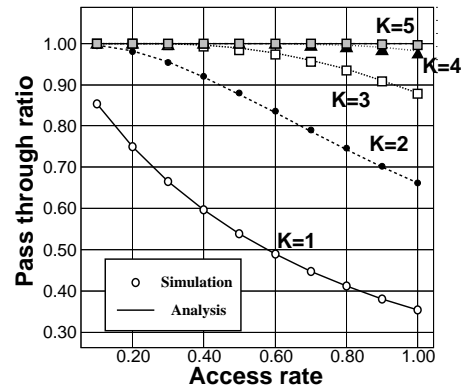


図 3: 負荷率と通過率の関係 (64 入力, 0 ステージ fault)

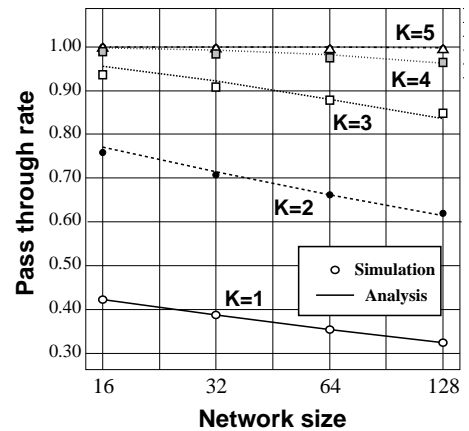


図 4: ネットワークサイズと通過率の関係 (0 ステージ fault, 負荷率 1.0)